

資賦優異學生數學領域課程調整教學設計格式

研發 團隊	基隆市數學輔導團-國中組		
課程形式	<input checked="" type="checkbox"/> 單一領域：_____ <input type="checkbox"/> 同領域跨科 <input type="checkbox"/> 不同領域跨科	相關領域	<input type="checkbox"/> 語文領域（ <input type="checkbox"/> 國語文 <input type="checkbox"/> 英語文 <input type="checkbox"/> 本土語文/ 新住民語文 <input type="checkbox"/> 第二外國語文） <input checked="" type="checkbox"/> 數學領域 <input type="checkbox"/> 自然科學領域（ <input type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input type="checkbox"/> 地 球科學） <input type="checkbox"/> 社會領域（ <input type="checkbox"/> 歷史 <input type="checkbox"/> 地理 <input type="checkbox"/> 公民與社會） <input type="checkbox"/> 其他：_____
實施型態	<input type="checkbox"/> 集中式資優班 <input type="checkbox"/> 分散式資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 資優方案 <input checked="" type="checkbox"/> 巡迴輔導班		
班級類型	<input type="checkbox"/> 一般智能資優班 <input checked="" type="checkbox"/> 數理資優班 <input type="checkbox"/> 英語資優班 <input type="checkbox"/> 其他_____		
教學對象 (可複選)	國小： <input type="checkbox"/> 三年級 <input type="checkbox"/> 四年級 <input type="checkbox"/> 五年級 <input type="checkbox"/> 六年級 國中： <input checked="" type="checkbox"/> 七年級 <input checked="" type="checkbox"/> 八年級 <input type="checkbox"/> 九年級 高中： <input type="checkbox"/> 十年級 <input type="checkbox"/> 十一年級 <input type="checkbox"/> 十二年級		
設計理念	<p style="text-indent: 2em;">課程設計理念 本課程以圖論中的「一筆畫」問題為核心，融合數學邏輯、空間結構與創意思維，旨在引導資優學生進行深度探究與跨域連結。教學設計根據《特需課綱》中「獨立研究」與「創造力」核心素養，並納入 SMART 學習目標架構，以提升學生的高層次思考與自我監控能力。</p> <p>一、認知上的理念</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 發展學生圖形與空間推理能力，強化數學邏輯、歸納、驗證與應用思維。 ● 培養學生問題解決歷程中所需的推論、假設建構、資料分析與數學建模能力。 ● 培育學生數學探究素養，從具體操作轉向抽象規律理解與理論建立。 <p>二、情意上的理念</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 鼓勵學生在探索歷程中發揮創意，透過命名模組、發展故事脈絡，提升學習參與動機。 ● 強化學生成就動機與挑戰耐受度，從嘗試、錯誤到修正中建立成就感與堅持力。 ● 建立正向學習態度，透過同儕討論、發表與回饋歷程，發展自信、表達力與合作精神。 		

<p>學生能力分析(區分性教學設計)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 思辨型、批判型 (擅長批判性思考與理論性推理) <ul style="list-style-type: none"> ● 特徵：能迅速掌握抽象邏輯與公式規則，善於發現例外、提出質疑與邏輯驗證。 ● 教學策略：提供開放問題、反例分析、理論推導挑戰，並鼓勵反向設計與建構證明。 ● 任務設計：如推導最多格數的一般項公式、設計無解圖形、撰寫數學論述或口頭辯證。 2. 理解型、實作型 (對具體操作與實例解題反應良好) <ul style="list-style-type: none"> ● 特徵：透過動手實作與具體圖像可快速建立理解，具備穩定操作與中等以上歸納能力。 ● 教學策略：強調圖形建構與逐步引導，透過示例模擬與表格歸納支持邏輯思維發展。 ● 任務設計：如操作多種方格一筆畫圖形、填表找出封格數與邏輯條件、模仿與改編模組設計。 3. 操作型、感受型 (需要具體引導與範例支持，學習動機仰賴情境與互動參與) <ul style="list-style-type: none"> ● 特徵：對抽象推理反應稍慢，需具體範例啟發與情境連結，情意參與為學習關鍵。 ● 教學策略：採故事引導、視覺輔助、角色任務與合作學習，並強化歷程肯定與情境激勵。 ● 任務設計：如命名模組與圖形創作、拼圖操作任務、與同儕討論找出最佳組合路徑。
------------------------	--

一、各單元教學設計

<p>單元名稱</p>	<p>【一氣呵成畫方格】方格探索與一筆畫之數學美感</p>
<p>核心素養</p>	<p>(一) 數學領域核心素養對應</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 系統思考與解決問題 (A2) <ul style="list-style-type: none"> ○ 學生需解決一筆畫封格問題，從具體圖形操作出發，發展模型並推導公式，展現系統性解決問題的能力。 2. 符號運用與邏輯推理 (B1) <ul style="list-style-type: none"> ○ 課程引導學生從具體圖形轉化為抽象符號表徵 (如公式、表格、圖論節點)，並透過推理與驗證進行邏輯構建。 3. 科技資訊與媒體素養 (C2) <ul style="list-style-type: none"> ○ 學生可使用繪圖軟體或簡報工具展示模組設計與成果發表，學習數位工具的操作與應用。 <p>(二) 特殊教育課程核心素養對應 (資優學生)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 高層次思考能力 <ul style="list-style-type: none"> ○ 課程設計重視歸納、假設、證明與反例探究等認知歷程，培養學生批判性與創造性思維。 2. 學習動機與挑戰耐受力 <ul style="list-style-type: none"> ○ 多元問題挑戰設計、錯誤修正與模組重構歷程，強化學生面對未知的學習韌性與冒險精神。 3. 創造力與創新應用 <ul style="list-style-type: none"> ○ 鼓勵學生從圖形設計延伸至不規則結構與立體圖形創作，促進創造性表達與應用能力。 <p>透過上述核心素養的實踐，學生將不僅獲得數學知識，更能於問題解決、表徵轉換、創意設計與學習歷程中發展跨域能力與自主學習素養。</p>

			特殊需求 (資優) 特殊需求 (資優) 特殊需求 (資優)	GSC-C1 GSC-D1 GSC-E1	結合圖像、符號與數據建構數學模型，解釋生活或抽象問題。 以創造性方式表達圖形與數學規律，例如發展新圖形、命名、設計挑戰活動。 將學習成果整理為歷程檔案並發表，展現個人風格與邏輯能力。
學習目標	<p>(一) 認知面 (Cognitive Domain)</p> <ol style="list-style-type: none"> 學生能理解一筆畫圖形之規則與幾何特性。 學生能歸納出封閉圖形格數的變化規律並推導通式。 學生能應用邏輯推理驗證模組與拼圖之可行性與最大格數。 學生能分析他人作品的設計邏輯並提出具體回饋建議。 <p>(二) 情意面 (Affective Domain)</p> <ol style="list-style-type: none"> 學生能展現對數學圖形之美感與創造力的欣賞態度。 學生能在探究過程中主動參與任務並持續挑戰自我。 學生能尊重不同的創意解法並樂於合作與表達。 學生能透過歷程省思個人學習收穫與待改進處。 <p>(三) 技能面 (Psychomotor Domain)</p> <ol style="list-style-type: none"> 學生能操作格點模組進行拼圖構造與錯誤修正。 學生能使用圖像、表格與符號記錄探索與驗證歷程。 學生能整合模組與創新設計進行不規則圖形挑戰。 學生能以圖文並茂方式製作並發表成果作品與說明。 				
學習內容調整	<p>(一) 重組 (Reorganization)</p> <ol style="list-style-type: none"> 將圖形與邏輯推理整合為「一筆畫封格模組」單元，突破傳統單一圖形教學，結合空間結構、邏輯性與創造性思維。 			調整策略： <input checked="" type="checkbox"/> 重組 <input checked="" type="checkbox"/> 加深 <input checked="" type="checkbox"/> 加廣 <input type="checkbox"/> 濃縮	

	<p>2. 將規律探索與模組驗證歷程重構為「操作→歸納→假設→修正」的歷程導向式教學，強化後設認知與探究歷程表徵能力。</p> <p>(二) 加深 (Acceleration in Depth)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 引導學生從經驗觀察延伸至公式推導與反例設計，深化對數學本質與限制條件的理解。 2. 加入圖論觀念 (奇點、偶點、連通圖等) 與步驟驗證，強化學生邏輯推理與數學語言應用能力。 3. 鼓勵學生進行反思性寫作與多重策略比較，深化概念內涵的掌握。 <p>(三) 加廣 (Enrichment)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 增設不規則圖形 (L 型、T 型、\cap 型等) 與立體展開圖 (正方體) 之應用挑戰，拓展學生視野與創造性構圖能力。 2. 鼓勵學生命名模組、設計圖形故事、繪製美感圖像，結合數學與藝術，跨域發展表達與審美能力。 3. 提供成果發表、同儕互評、歷程自省等延伸活動，促進學生社會互動、溝通表達與自我認識發展。 	<input type="checkbox"/> 加速 <input type="checkbox"/> 跨領域/科目統整教學主題 <input type="checkbox"/> 其他：_____
<p>學習歷程調整</p>	<p>高層次思考：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 鼓勵學生從圖形操作中歸納邏輯規律、推導通式，進行錯誤分析與策略修正。 ● 設計需要「推理—驗證—重構」的遞進式任務，促進分析、評鑑與創造的歷程。 <p>開放式問題：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 設計多解、多構的圖形創作任務，如「設計最長封格模組」、「設計無法一筆畫之圖形」等。 ● 鼓勵學生探索不同模組排列與拼圖策略，強調解法的多樣性與合理性。 <p>發現式學習：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 引導學生從具體拼圖與操作活動中觀察數據變化，進而歸納公式與發展圖論邏輯。 ● 提供探索紀錄單與反思提問，協助學生自我提問、假設建構與規律發現。 <p>推理的依據：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 要求學生以數據表格、奇偶點概念、模組結構等進行論證，培養邏輯表達能力。 ● 教師設計「你怎麼知道?」、「這樣一定成立嗎?」等提問，訓練數學推理依據的明確性。 	<p>調整策略：</p> <input checked="" type="checkbox"/> 高層次思考 <input checked="" type="checkbox"/> 開放式問題 <input checked="" type="checkbox"/> 發現式學習 <input checked="" type="checkbox"/> 推理的證據 <input checked="" type="checkbox"/> 選擇的自由 <input checked="" type="checkbox"/> 團體式的互動 <input type="checkbox"/> 彈性的教學進度 <input type="checkbox"/> 多樣性的歷程 <input type="checkbox"/> 其他：_____

	<p>選擇的自由：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 學生可於模組設計、圖形挑戰、發表方式（海報、簡報、影片）中自由選擇形式。 ● 任務設計採開放分層架構，學生可依能力挑戰不同層次（基本型、進階型、挑戰型）任務。 <p>團體式的互動：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 教學活動設計強調小組合作解題、模組組合、同儕發表與互評等歷程性互動。 ● 每組成員分工明確（設計者、記錄者、發表者、評論者），培養團隊合作與數學溝通能力。 	
<p>學習環境調整</p>	<p>規劃有回應的學習環境：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 教師回應：課堂強調提問歷程的覺察與教師即時引導，例如針對錯誤操作提供「探究式回饋」而非直接告知答案，支持學生自我修正。 ● 同儕互動：鼓勵學生小組互評與討論圖形設計邏輯，透過他人視角修正自我觀點，建立數學表達與理解的多元對話空間。 ● 任務開放性：學習活動提供多種路徑與解法，讓學生根據個人理解歷程與興趣調整挑戰深度，強化回應性與參與感。 <p>有挑戰性的學習環境：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 任務遞進性：課程設計由簡入繁，從基本模組建構到不規則圖形挑戰與立體應用，搭配差異化任務分層提供持續性挑戰。 ● 問題開放性：設計具有多種可能解的問題情境，如「能否設計無法一筆畫的最大格數圖形？」，鼓勵學生突破既有框架進行創新嘗試。 ● 評量創新性：提供歷程導向評量與開放型成果展，鼓勵學生結合個人風格發表圖形創作與解題歷程，展現挑戰後的獨特觀點與能力。 	<p>調整策略：</p> <p><input type="checkbox"/>調整物理的學習環境</p> <p><input type="checkbox"/>營造社會-情緒的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/>規劃有回應的學習環境</p> <p><input checked="" type="checkbox"/>有挑戰性的學習環境</p> <p><input type="checkbox"/>調查與運用社區資源</p> <p><input type="checkbox"/>其他：_____</p>
<p>學習評量調整</p>	<p>(一) 評量觀點多元化 (多面向)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 歷程性評量：紀錄學生探究歷程、策略嘗試與錯誤修正行動（如歷程單、研究紀錄、圖形草圖等）。 2. 表現性評量：觀察學生在模組設計、圖形建構與成果發表中展現的邏輯、創意與表達力。 	<p>調整策略：</p> <p><input type="checkbox"/>發展合適的評量工具</p> <p><input type="checkbox"/>訂定區分性的評量標準</p> <p><input checked="" type="checkbox"/>呈現多元的實作與作品</p> <p><input type="checkbox"/>其他：_____</p>

	<p>3. 情意與合作評量：評估學生的學習投入、同儕互動、任務參與與回饋品質，強化學習責任與態度培養。</p> <p>(二) 評量方式多樣化 (多工具)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 自我評量表：讓學生檢視自身在策略運用、創新設計與任務歷程的學習品質。 2. 同儕互評表：透過對他人圖形邏輯、設計創意與表達方式進行分析與建議，提升評鑑與表達能力。 3. 教師觀察記錄：結合檢核表與描述性回饋，提供個別化發展建議與即時支持。 4. 成果檔案：蒐集學生設計圖形、解說文字、拍照記錄與發表簡報等歷程成果，進行整體性評估。 <p>(三) 評量焦點精準化 (對應目標)</p> <ul style="list-style-type: none"> • 認知面：邏輯推理、規律歸納、策略修正能力。 • 情意面：主動參與、挑戰堅持、同理合作。 • 技能面：模組設計、圖形呈現、表徵轉化與說明表達能力。 	
教學資源	<p>(一) 教材資源</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 自編教材講義：包含一筆畫介紹、模組設計流程、探究紀錄單、學習反思單等。 2. 歷程檔學習單：分為圖形操作單、規律推導單、創作設計單與發表檢核單，支援歷程紀錄與學習轉化。 3. 教學簡報素材：圖形範例說明、圖論基本概念與錯誤範例引導。 <p>(二) 教具與操作資源</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 格點圖操作板與可重複貼紙：支援學生反覆設計模組與修正路徑，強化動手與思辨。 2. 透明覆蓋紙與標示筆：協助學生在原圖上疊加路徑或記錄錯誤點，提升視覺理解。 3. 數學工具與軟體：建議使用 GeoGebra、Desmos、PowerPoint 進行數位圖形建構與簡報設計。 <p>(三) 參考資料與補充閱讀</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 數學圖論入門資料：介紹奇偶點、連通圖、歐拉圖等相關概念。 2. 一筆畫遊戲書或影片：引發學生學習興趣，作為課堂引導與延伸教材。 3. 數學美感與創造力文章：強化學生對數學視覺化與圖形結構之欣賞與創新動機。 	
參考資料	<p>教育部 (2019)。《十二年國民基本教育課程綱要總綱》。</p> <p>教育部 (2019)。《十二年國民基本教育課程綱要—數學領域》。</p> <p>教育部國民及學前教育署 (2022)。《資賦優異學生適性課程教材模組發展計畫》。</p>	

教育部 (2019)。《資賦優異學生課程綱要》。

王文科 (2003)。《課程與教學的理論與實際》。高等教育出版社。

陳嘉陽 (2009)。〈資優教育中的課程調整策略〉，《特殊教育季刊》，113，1-18。

Tomlinson, C. A. (2014). *The Differentiated Classroom: Responding to the Needs of All Learners* (2nd ed.). ASCD.

Maker, C. J., & Nielson, A. B. (1995). *Curriculum Development and Teaching Strategies for Gifted Learners*. PRO-ED.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM.

Kaplinsky, R. (2021). *Open Middle Math: Problems That Unlock Student Thinking*. Stenhouse Publishers.

教學流程

第一節課 教學流程設計

課程節次：第1節（45分鐘） 課程主題：七橋問題導入與一筆畫概念探索

一、教學目標

- 學生能了解一筆畫的基本定義與邏輯條件。
- 學生能從「七橋問題」中發現生活中數學問題的趣味與應用性。
- 學生能提出與方格一筆畫相關的探索問題，建立探究動機。

二、課程流程與時間分配

教學活動	時間	教學說明與重點
啟發導入	10分鐘	介紹哥尼斯堡七橋問題與歐拉圖，引導學生思考「為何不能一筆畫過七座橋？」播放動畫影片輔助理解。
概念釐清	10分鐘	以簡單圖形（如四點、五邊形）示範一筆畫條件，引導學生歸納奇點數理論。

問題激發	15分鐘	提出核心問題：「如果用一筆畫方式畫方格，最多能圍出幾個1x1小格？」請學生自由發想並小組記錄。
小組交流	5分鐘	小組間交換初步想法，互相觀摩討論。
回饋統整	5分鐘	教師收斂問題方向，引導學生設定本單元探究目標與學習歷程記錄架構。

三、教師提問設計（引導式問題）

- 你曾經畫過一筆畫圖案嗎？你覺得有什麼限制條件？
- 歐拉為什麼能證明七橋問題無解？他用的是什麼邏輯？
- 若一筆畫能圍出1x1方格，你覺得可能的最大數量會和什麼變數有關？
- 在3x3方格裡你會怎麼走？可以畫出你想到的方式嗎？

四、評量設計

- 觀察評量：透過教師觀察學生討論投入度與提問品質。
- 歷程紀錄：學生是否完整紀錄初步想法與圖形草圖。
- 形成性提問：教師根據學生回應進行追問與澄清概念。

五、課程總結

- 強調「數學不只是計算，而是探索與發現的旅程」。
- 將今天的問題收斂為：「本課程中，我們要嘗試從一筆畫中找到方格最大可圍格數的規律與證明。」
- 提醒學生下節課準備草紙與尺，將進入手繪與模擬階段探索。

（以下為教案中補充之詳細課程流程）

第二節課 教學流程設計

課程節次：第2節（45分鐘）

課程主題：3x3與4x4方格一筆畫探索與紀錄

一、教學目標

- 學生能嘗試以一筆畫方式在3x3與4x4方格內圍出1x1小格。
- 學生能運用草圖紀錄路徑與格數，發展初步策略。
- 學生能觀察不同路徑與最大格數之間的關係，進行簡單歸納。

二、課程流程與時間分配

教學活動 時間 教學說明與重點

任務說明	5分鐘	教師說明當節任務：「嘗試畫出最多格的3x3與4x4一筆畫圖形」，並展示範例與圖形繪製方式。
小組實作	20分鐘	學生以紙筆方式進行3x3與4x4的探索，紀錄每種走法、格數與起末點。可使用不同顏色標記重複經過與封閉區域。
團體統整	10分鐘	小組內分享最多格走法與策略，教師於黑板記錄各組發現的最大格數與策略關鍵。
問題延伸	5分鐘	教師提出：是否可以從這些小範例中發現規律？不同起點或順序是否影響結果？引導學生提問與假設。
任務紀錄	5分鐘	學生於學習歷程單中填寫當天操作結果、成功與失敗圖形草圖、格數紀錄與策略反思。

三、教師提問設計（引導式問題）

- 你認為從哪個點開始畫，會比較容易畫出較多的封閉小格？為什麼？
- 是否每條邊都要走一次才能形成最大格數？還是有其他策略？
- 你有沒有嘗試從不同方向開始？結果有差異嗎？
- 你目前的紀錄中，哪種走法最有效？可以和小組說明你的理由嗎？

四、評量設計

- 操作觀察評量：是否能依教師指示進行有效路徑繪製與格數紀錄。
- 歷程紀錄評量：學習單中是否有完整圖形草圖、格數數據與反思。
- 合作表現：學生於小組討論中是否能清楚表達策略並傾聽他人意見。

五、課程總結

- 整理學生發現：3x3與4x4的最大格數分別為多少？哪一組達到最多？
- 強調策略與視覺化的重要性，並引導學生思考：「若繼續增加格子數，會有什麼變化？」
- 提醒學生帶著今日的紀錄與策略，下節課將挑戰公式歸納與規律推測。

(以下為教案中補充之詳細課程流程)

第三節課 教學流程設計

課程節次：第3節 (45分鐘)

課程主題：最大格數規律發現與公式推導

一、教學目標

- 學生能彙整前一節課探索的數據資料 (3x3~6x6)，發現最大格數的變化規律。
- 學生能提出可能的數學表達式，並運用實例進行初步驗證。
- 學生能以小組形式合作分析資料，發展歸納與假設能力。

二、課程流程與時間分配

教學活動	時間	教學說明與重點
任務回顧	5分鐘	教師引導學生回顧上一節的探索成果，請學生朗讀或展示最多格數紀錄，並確認起點、終點與路徑特徵。
數據整理	10分鐘	學生整理3x3至6x6的操作結果，將格數紀錄填入表格，觀察格數與邊長之間的關係。教師可於黑板繪出整理表格作為全班資料視覺化。
歸納規律	15分鐘	<p>小組討論：格數變化的數列特性為何？是否為平方數、一次或二次多項式？</p> <ul style="list-style-type: none"> • 鼓勵學生試寫出一般項表示式，並口頭說明其假設依據。 • 教師可引導觀察差數列或使用代數猜測公式型態 (如 $n^2 - 2n + 3$)。 <p> 驗證公式 10分鐘 各小組以公式帶入數值，檢驗是否吻合已知結果，並嘗試說明其邏輯性或潛在問題。 </p> <p> 小組發表 5分鐘 每組派一人上台簡要說明其公式、推導方式與驗證結果，全班給予提問與建議。 </p>

三、教師提問設計（引導式問題）

- 你認為最多格數和邊長 n 之間是什麼樣的關係？線性、平方還是其他？
- 若使用差數列的方法，第一層與第二層差分結果是什麼？
- 為什麼你認為這個公式（例如： $n^2 - 2n + 3$ ）合理？它可以解釋所有 n 嗎？
- 有沒有可能這個公式不成立的情況？你打算怎麼驗證？

四、評量設計

- 歸納能力評量：學生是否能根據操作結果歸納出邏輯規律。
- 表達能力評量：是否能清楚說明公式來由、驗證過程與推論邏輯。
- 合作討論表現：是否參與資料分析並提出有效建議。
- 學習歷程紀錄：小組是否記錄表格、草圖與推導步驟。

五、課程總結

- 小結本節關鍵發現：「最多格數的變化趨勢與邊長具有規律性。」
- 鼓勵學生將尚未驗證的 n 值留作下節挑戰，並提醒：「公式成立不等於證明完成，下一步將進入邏輯與圖論驗證。」

（以下為教案中補充之詳細課程流程）

第四節課 教學流程設計

課程節次：第4節（45分鐘）

課程主題：邏輯驗證與圖論應用

一、教學目標

- 學生能理解圖論中「奇點」與「偶點」在一筆畫問題中的邏輯條件。
- 學生能運用圖論與數學推理方式驗證前一節所歸納的公式。
- 學生能透過範例反證或特殊情況，強化數學嚴謹性與修正能力。

二、課程流程與時間分配

教學活動	時間	教學說明與重點
圖論導入	10分鐘	教師介紹圖論基本概念，說明歐拉圖條件（頂點的度與奇偶關係），並以3x3與4x4範例說明哪些點是奇點。
規律驗證	15分鐘	學生以公式推導的結果（如 $n^2 - 2n + 3$ ）代入各 n 值，並檢查圖形中是否能符合一筆畫的條件，搭配奇點分析。
反例探究	10分鐘	教師提供一個不符合一筆畫條件的走法圖形，請學生說明錯誤處或公式不適用之原因，並嘗試修正。

- 鼓勵學生提出例外情況（如圖形開口或未封閉等）。 |
- | 歸納小結 | 5分鐘 | 教師統整圖論條件與公式推導的邏輯關係，強調數學證明需符合普遍性與嚴謹性。 |
- | 歷程紀錄 | 5分鐘 | 學生將本節圖形分析過程、奇偶點說明、成功與失敗案例繪圖記錄於學習歷程單中。 |

三、教師提問設計（引導式問題）

- 你觀察到哪些點有奇數條邊連出來？這些點會影響能不能一筆畫嗎？
- 我們的公式是否每次都對？如果不對，錯在哪？
- 圖形中是否所有封閉區域都一定能一筆畫經過？為什麼？
- 當你無法畫出預測格數時，你如何檢查錯誤原因？

四、評量設計

- 邏輯推理評量：學生是否能正確判斷圖形是否符合一筆畫條件。
- 應用圖論評量：能否清楚標示奇點與推導其數學意義。
- 錯誤分析能力：學生是否能從反例中找出推導錯誤並提出修正建議。
- 歷程檔紀錄完整性：圖形註記、推導條件、反思說明等是否完整。

五、課程總結

- 本節課強調「公式需經邏輯驗證與圖論支持」之重要性。
- 教師提醒：「創造公式只是開始，驗證與修正才是數學真正的價值。」

- 預告下節課將進入模組設計階段，將公式實作為視覺圖形。

(以下為教案中補充之詳細課程流程)

第五節課 教學流程設計

課程節次：第5節 (45分鐘)

課程主題：模組設計與基本圖形創建

一、教學目標

- 學生能設計符合一筆畫條件的3x3基本模組圖形。
- 學生能運用起點、終點與封閉格數概念進行視覺化設計。
- 學生能發展可拼組的圖形單元，作為後續拼圖延伸之基礎。

二、課程流程與時間分配

教學活動	時間	教學說明與重點
任務引導	5分鐘	教師說明：本節將設計「最多格數的3x3模組圖形」，作為拼圖基本單位。 展示一個範例模組，說明起點終點與格數對齊原則。
模組草圖	20分鐘	學生繪製自己的3x3模組草圖，須標示起點、終點、路徑與所圍出格數。 <ul style="list-style-type: none">教師巡迴指導，協助檢查是否符合一筆畫條件與模組邏輯。 組內討論 10分鐘 小組成員互相展示模組設計，檢視其對齊性與拼接潛力，記錄優缺點。鼓勵學生嘗試修改模組起點與終點位置，測試拼組可能性。 發表與回饋 5分鐘 每組選出1~2個模組在全班展示，說明設計邏輯與可能應用，師生給予簡要回饋。 歷程紀錄 5分鐘 學生將模組草圖拍照、標示關鍵點與說明，記錄於學習歷程檔。

三、教師提問設計 (引導式問題)

- 你這個模組從哪裡開始、到哪裡結束？為什麼這樣設計？
- 如果將兩個這樣的模組拼起來，起點與終點是否能順利連接？

- 模組內你最多圍出了幾個小格？還有改進空間嗎？
- 模組要具有重複性與擴展性，你目前的圖形可以做到嗎？

四、評量設計

- 模組設計創意與邏輯性：是否能正確設計一筆畫圖形並最大化格數。
- 一筆畫原則應用：設計中是否符合起末點與奇點條件。
- 團隊討論參與：是否能提出與回應修改建議。
- 學習歷程記錄完整度：圖形清晰、關鍵說明具備。

五、課程總結

- 教師強調模組設計的「擴充潛力」與「邏輯嚴謹」為後續拼圖關鍵。
- 鼓勵學生於下節課挑戰使用自己設計的模組進行大型拼圖構建。
- 布置作業：請學生思考 3×3 模組如何拼成 3×6 或 3×9 長條型拼圖。

（以下為教案中補充之詳細課程流程）

第六節課 教學流程設計

課程節次：第6節（45分鐘）

課程主題：模組拼圖實作與最大格數探究

一、教學目標

- 學生能以已設計之 3×3 模組進行拼組，形成更大尺寸的圖形（如 3×6 、 3×9 ）。
- 學生能驗證拼圖結果是否符合一筆畫條件，並記錄所能圍出的最大格數。
- 學生能比較不同拼組方式的效能與邏輯性，進行策略修正與優化。

二、課程流程與時間分配

教學活動 **時間** **教學說明與重點**

任務引導 5分鐘 教師說明當節目標：「將你們設計的模組拼接起來，嘗試組成 3×6 、 3×9 等大型拼圖，挑戰最大封閉格數」。

拼圖實作 20分鐘 小組使用各自設計的模組複製拼組，嘗試不同順序與方向。記錄每種拼法可封閉格數與是否成功完成一筆畫。

組內修正 10分鐘 小組成員比較不同拼法之優劣，調整模組連接點、起末點設計。

- 教師協助分析常見問題如重複點、斷點、不封閉等。 |
| 成果展示 | 5分鐘 | 各組貼出最佳拼圖結果與說明圖，標示封閉格數與起末點。
- 可使用白板磁片或透明塑膠片展示模組排列方式。 |
| 歷程紀錄 | 5分鐘 | 學生將拼圖過程與成果拍照、記錄於歷程單，包含格數、錯誤修正與心得。 |

三、教師提問設計（引導式問題）

- 你選擇了哪幾個模組拼起來？為什麼這樣安排？
- 拼組過程中，哪裡出現問題？你們怎麼發現與解決？
- 目前你們最多能封閉幾格？與你預期的有差嗎？
- 你覺得若再擴大拼圖，是否可以用相同策略持續增加格數？為什麼？

四、評量設計

- 拼圖操作能力：是否能正確組合模組並符合一筆畫邏輯。
- 數學驗證與策略：是否能計算封閉格數並解釋組合邏輯。
- 問題解決與修正能力：是否能發現錯誤並優化模組設計。
- 歷程紀錄完整性：包含圖像、數據、失敗修正紀錄與反思。

五、課程總結

- 教師統整各組拼圖成果，挑戰「最有效模組設計獎」。
- 強調持續優化與驗證的數學精神：設計 → 測試 → 修正 → 優化。
- 預告下節課挑戰創意應用：不規則圖形與立體延伸設計。

（以下為教案中補充之詳細課程流程）

第七節課 教學流程設計

課程節次：第7節（45分鐘）

課程主題：創新挑戰——不規則圖形與立體延伸設計

一、教學目標

- 學生能將模組拼圖策略應用於不規則平面圖形（如L型、T型、U型）。
- 學生能嘗試設計立體圖形（如正方體展開圖）上的一筆畫封格問題。
- 學生能進行創意發想、圖形重構與探究邏輯延伸的可行性。

二、課程流程與時間分配

教學活動	時間	教學說明與重點
啟發引導	5分鐘	教師展示不規則圖形案例（如U型、T型）、正方體展開圖，提問：「這些也能拼出一筆畫嗎？能封幾個格？」激發學生想像力。
創意設計	20分鐘	學生自由選擇一種不規則圖形或立體展開圖設計挑戰。 <ul style="list-style-type: none">• 草圖繪製模擬、點連接與封格測試，記錄可行性與失敗案例。 小組交流 10分鐘 小組成員互相展示創作草圖，討論圖形邏輯與可能修正方向，教師提供邏輯性與圖形平衡性回饋。 成果記錄 5分鐘 學生將創新挑戰設計拍照、標示起末點、封格路徑與說明撰寫於歷程單中。 展示與激勵 5分鐘 選出具有代表性的幾位同學上台分享其創新構想，教師給予具體鼓勵，鼓勵命名模組或發想故事背景。

三、教師提問設計（引導式問題）

- 如果圖形不是長方形，而是U型或L型，你會怎麼設計起末點？
- 在立體圖形中，哪些邊能連接？會不會有「不可能」的情況？
- 你設計的圖形目前可以封幾個格？還有提升空間嗎？
- 你是否試過把原有模組變形？效果如何？

四、評量設計

- 創意與挑戰性：圖形是否具原創性並突破平面侷限。

- 邏輯性與實作性：是否能完整實作並說明設計邏輯與限制。
- 問題解決歷程：能否反思錯誤並進行修改或多版本測試。
- 歷程紀錄完整度：圖像標示、設計想法、路徑與數據皆清楚呈現。

五、課程總結

- 教師總結：圖形不只是公式，更是邏輯與創意的融合。
- 鼓勵學生將本課創作命名、故事化，納入學習歷程資料。
- 預告下節課將進行成果發表與同儕互評，準備完整簡報與說明圖。

(以下為教案中補充之詳細課程流程)

第八節課 教學流程設計

課程節次：第8節 (45分鐘)

課程主題：成果發表與學習反思

一、教學目標

- 學生能完整呈現自己的探究成果，包含圖形設計、規律推導與創新應用。
- 學生能清楚表達設計邏輯與驗證歷程，接受同儕與師長提問與回饋。
- 學生能透過歷程反思檢視自身學習成就與待改進方向。

二、課程流程與時間分配

教學活動	時間	教學說明與重點
發表準備	5分鐘	教師說明發表規則，每組分配時間 (3分鐘)，提醒表達重點：起末點設計、封格數、模組邏輯、創新挑戰、失敗修正等。
小組發表	25分鐘	各組依序上台報告，展示圖像與操作成果。建議使用投影片、海報或白板上繪搭配口頭說明。教師與同儕以簡短回饋鼓勵創新與邏輯表達。
回饋統整	5分鐘	教師彙整全班成果亮點與常見問題，鼓勵各組將成果拍照存檔，彙入學習歷程檔案或準備競賽投稿。

學生填寫「SMART 目標自評表」與「學習歷程反思單」，針對過程中遇到的
學習反思 10分鐘
困難、突破、成就與未來想挑戰的延伸進行撰寫。

三、教師提問設計（引導式問題）

- 你最滿意作品中哪一個部分？背後的设计邏輯是什麼？
- 在這次歷程中，遇到最大的挑戰是什麼？你是怎麼解決的？
- 若要再延伸這項任務，你會怎麼修改或加強你的設計？
- 比較他人的設計，你有學到哪些新的想法？可以融合進你的嗎？

四、評量設計

- 表達與簡報能力：是否清楚、有邏輯地呈現設計歷程與成果。
- 問題回應與反思深度：是否能具體回答提問，展現思考深度與自我修正歷程。
- 團隊合作與參與度：是否每位組員皆參與發表與互動。
- 歷程與成果檔案完整性：圖形、說明、資料紀錄齊備，具發展潛力。

五、課程總結

- 教師總結本單元學習重點：「從探究一筆畫的問題出發，我們發展出邏輯思考、圖形創意、合作溝通與持續修正的能力。」
- 鼓勵學生將成果投稿校內外資優成果展或數學創意競賽。
- 指導學生如何將歷程資料整理為正式學習歷程檔案（如 PDF、簡報、錄影檔等）。