



翰您一起學數學

探索多元評量 新風貌



目次 CONTENTS

- | | |
|-------------------------------|-----------|
| 1 有效易行的數學素養評量【建構反應題】 | 鍾靜教授 P1 |
| 2 由數據走進課堂：數學學力檢測高難度試題分析與教學建議 | 林素微教授 P6 |
| 3 開啟深度思考的鑰匙：「思考帽」的設計與教學應用 | 馬恬舒老師 P20 |
| 4 從偏鄉出發，走向世界——新課綱下數學素養學習的教學實踐 | 楊巽堯老師 P26 |
| 5 素養導向數學學習——翰林「思考帽」在教學現場的實踐 | 劉志勇老師 P31 |



有效易行的數學素養評量

【建構反應題】

國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 退休教授 鍾靜

十二年國教課程自 108 學年開始，逐年實施已近 7 年，有關數學素養評量的議題，越來越受到重視。傳統的選擇、填充、計算、應用題，不是將其加上生活情境的敘述，就是有數學素養的評量；若其試題所問方式照舊，例如：生活情境題文字題？它還是依題意來列式、求解、作答，甚至可用模仿或記憶來解題，並非學童利用所學的知能，展現不同多元的思維，就不是數學素養導向的評量。本文將從數學素養的剖析、建構反應題的簡介、促進學童的學習，以及教學上的使用和建議來談談。



數學素養評量與建構反應題

從三篇國內、三篇國外有關數學素養且有代表性的文獻來分析，可將數學素養分為「數學的思維」、「生活的應用」二個重要成分：



數學的思維

「數學的思維」比數學思維更高位，它不止是要學會數學思維，還包括用數學的眼光來發現、表述、分析、思考、解決問題。



生活的應用

「生活的應用」比生活應用更寬廣，它不止是數學的生活應用，還包括學習數學有信心、有興趣、能探索、能賞析，並能用數學來溝通、感受數學的價值。


因此數學素養導向的試題可從這二大成分來設計。

建構反應題（Constructed Response Item [CRI]）源自國際的大型測驗，包括國際教育成就評量學會的「國際數學與科學成就趨勢調查」（TIMSS）」，以及美國國家教育統計中心的「國家教育進展評測（NAEP）」，這些測驗除了選擇題外，都以高比例在建構反應題，來評量學童的溝通、推理和連結能力，並了解他們對數學知能的理解和應用能力。

反觀我國各縣市的國小數學基本學力檢測，大都以選擇題來進行施測，只有臺北市於96年度起、新北市自102學年度起，以及基隆市數學輔導團於108學年度起，分別透過建構反應題，以普測或抽測了解學童的數學素養與知能。基本學力檢測的建構反應題，不以艱深、資優、大型題目為訴求，而以小型且貼近教學內容的親民題為主。

	選擇題	建構反應題 (CRI)
作答形式	<ul style="list-style-type: none"> ☑ 選項勾選 	<ul style="list-style-type: none"> ☑ 書寫 ☑ 說明 ☑ 圖示 ☑ 推理過程
可評量能力	<ul style="list-style-type: none"> ☑ 基礎概念 ☑ 程序熟練 	<ul style="list-style-type: none"> ☑ 溝通 ☑ 推理 ☑ 連結 ☑ 理解與應用

國際測驗（TIMSS、NAEP）多採高比例建構反應題



貼近學童學習內容的建構反應題，強調數學基本概念或知能，可以充分達成數學素養中「數學的思維」評量，至於「生活的應用」評量則需有適當且自然的真實情境來結合。

建構反應題的內涵及其特色

建構反應題是一種由學童自行組織知識、思考產生答案之試題；它可幫助學童做深層思考，而不是表面思考，其最主要的特色是要求學童去發揮和創造他們的回應，他們要自己設法答題，而不是例行性、機械式的反應答案。

學童回答建構反應題，需要有真正的理解，才能建構出基於這種理解的答案；並透過解題表現來確認、提昇、延伸、綜合他們的數學知能。評量目的是為了解學童數學概念理解情形、解題思考歷程、解題推理能力、情境應用能力、數學表徵能力等；它不是課本的例行題，而是要求學生運用數學知能，進行理解和解題，學童無法使用模仿或熟記的解法，必須發揮並創造他們的回應，它是一種很不錯的素養評量題型。



建構反應題的題型和內容，鼓勵學童選擇其學過有關的知識，根據自己的判斷組織答案，最後合成適當的想法並呈現出來；解題過程同時在訓練學童運用思考、組織統整、表達想法的能力，而這些能力都是學校教育的重要目標。

建構反應題的思考歷程





建構反應題促進學童的學習

課程與教學專家大聲疾呼，親師應該要從重視「學習結果的評量」，轉到重視「促進學習的評量」，這二者都是以教師為主體；而評量即學習是以學童為主體，在此不予探討。現階段親師已從教學者為中心的教學，轉為學習者為中心的教學；更需從學習結果的評量，轉為促進學習的評量。

學習結果的評量

是依據教學目標來評量學童的學習成果，用來評定等第或是提出報告。



促進學習的評量

是在幫助學童學習，並協助教師獲得教學的回饋，據此進一步調整教學。教師在教學過程中，試圖尋求、詮釋某些資料或獲得證據，來了解學童現在的學習狀況，掌握他們達到學習目標的差距，這樣的評量就是「促進學習的評量」。

數學課室需要錯誤例的討論，但錯誤例不是來自單元的教學題，而是非課本練習的評量題；另一方面也需要優良例的分享，這優良例可包括學童有進步或有值得學習的案例。基於建構反應題的特性，每位學童都被評量，很適合用來討論錯誤例的迷思想法、分享正確例的多元解法，同時讓學童欣賞優良解。



建構反應題整合評量與教學



教師勿將建構反應題拿來當教學題引導學童解題，而應以學習後的評量題來了解學童學習的狀況；教師將其作為定期測驗的總結性評量，它只是學習結果的評量，但能了解學童真正的學習狀況，以及數學素養的程度；它僅有一些些促進學習的評量。若數學課室要進行促進學習的評量，則須有引發高階思維的挑戰性任務，且是持續性的過程與教學整合；此時，非例行性的建構反應題可視為評量單的小型任務。

透過建構反應題的「先評量、後討論」活動，學童可以從錯誤例討論中修補概念和澄清迷思，從正確例分享中看到多元的解法，也可學習優良例的解題思維。這樣有評量且有豐富討論的素養評量與教學整合活動，不但是一種到位的形成性評量，也是數學課室中的高層次數學任務。

這整合活動最有效的安排是 20 分鐘，其中約 5 分鐘寫評量單、約 15 分鐘討論，可產生即時補救或提升的效果；學童首幾次進行此活動，可能討論的時間極少。教師若有教學進度的壓力，其實可用單元結束前的課本練習等來進行，建構反應題的先評量、後討論的效果，遠遠大於做 20 分鐘例行性的練習題。



運用建構反應題的一些建議

好的數學素養題是在命題的內涵，不是在形式，例如：「以某縣市真實人數取概數到十萬位」，雖有真實生活情境，但沒有數學概念的思考、推理、分析、溝通、應用等，它不符數學素養導向的命題。建構反應題是最佳的數學素養試題，但數學素養試題不限建構反應題；教師將它運用到數學課室時，不必直接使用學術名稱，可用「數學大挑戰」、「數學動動腦」讓學童進行評量。

教師開始接觸建構反應題，可分二個階段，第一階段是認識它，將它運用在單元或定期評量；第二階段是熟悉它，將評量進一步和教學整合，實施「先評量、後討論」活動。教師和學童都需給自己一些成長空間，逐步認識、熟悉這些建構反應題。

翰林版國小數學教科書三到六年級，每單元都有「素養評量題（建構反應題）」可用。


素養評量

臺中洲際棒球場的本壘板到全壘打牆的距離如下。

	左外野 全壘打標竿	中外野 全壘打標竿	右外野 全壘打標竿
本壘板到 全壘打牆距離	325 呎	400 呎	325 呎

(1 呎 = 0.3048 公尺)

如果以本壘板為頂點，球場的邊線為邊，直到全壘打牆，所圍成的圖形(如紅框)是一個扇形嗎？把你的想法寫下來。



還有配合各版本、各單元三到六年級，每年級一輯的《國小數學思考與推理》，每輯有 50 題建構反應題可參考。



親師若想實施有效、易行的數學素養評量，就應多多接觸建構反應題，重視數學學習的內涵是以思考與推理為核心。

建構反應題在學理上是將學童答題分類：2 分類型（正確例）、1 分類型（部分正確例）、0 分類型（錯誤例），但直接用來計分要答案略為調整，正確例中的優良解可用 2⁺ 分來表示、部分正確例的理由空白、可能是矇對的可給 0 分；在定期評量給分時，若還有一般題型的素養評量題，建構反應題則可用「推理思考題」稱之，並比照應用題以 4 或 5 分計分。

總之，教師要達到數學教學的目標，培養學童有數學素養的能力，建構反應題是很有效又易行的題型；期盼藉由此文的介紹和說明，大家會去認識、熟悉建構反應題，讓數學素養評量確實到位。



2

由數據走進課堂：數學學力 檢測高難度試題分析與教學建議

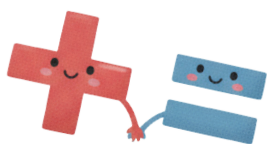
國立臺南大學 教育學系林素微教授



一、前言

許多縣市每年都參與由國立臺中教育大學所主辦的學生學習能力檢測（以下簡稱學力檢測），期望在教育實務現場中扮演「診斷學生學習狀況」與「引導教學精進」的雙重角色，而非僅是一次性的考試活動或學校排名工具。透過統一命題、標準化施測與系統性的數據分析，檢測結果得以轉化為可被理解、可被比較、也可被用來行動的資訊，協助學校從整體層面掌握學生學習的全貌，並據以思考教學改進與課程調整的方向。同時，在學生層次，學力檢測不僅評估學習成效，讓師生清楚看見在同齡常模中的相對位置，也提供早期發現待加強學生的重要線索，使學校得以及早啟動補救教學與個別輔導，發揮具有「預警」與「扶助」功能的支持性評量角色。

在教育政策層面，學力檢測所累積的縱貫數據，是教育當局評估政策成效與調整資源配置的重要依據。透過跨年度、跨縣市結果的比較，可以檢視課綱實施、補救教學方案及偏鄉資源挹注等措施是否有效縮減學習落差，或是否仍有特定族群、特定學習向度持續表現偏弱，需要更精準的介入策略。因此，學力檢測同時也是一種教育品質保證機制，有助於確保十二年國教在「基本學力」層面維持一定水準。以數學科為例，在試題設計理念上，學力檢測強調「知識向度」與「認知向度」的整合評量：一方面透過「數與計算、量與實測、空間與形狀、關係」等範疇檢視學生在不同內容領域的理解，另一方面則以「概念理解、程序執行、解題思考」三種向度關注學生是否真正懂得概念、能正確操作步驟並在情境中整合運用，讓「會不會算」不再是唯一標準，而是進一步追問是否「懂得為什麼、知道怎麼想」。





對教學現場而言，學力檢測的重要性最終仍回到「如何促進適性教學與專業對話」。當檢測結果與試題藍圖一併回饋到學校後，教師若能從分數之外進一步閱讀各知識與認知向度的表現差異，便可將這些數據視為「課堂診斷報告」，據以調整單元安排、增加學習鷹架，或設計針對性的練習與探究活動。尤其是針對高難度、通過率較低的試題進行深入分析時，教師更有機會看見學生在抽象概念、情境轉換或跨單元統整上的真實困難，使學力檢測成為引發年級團隊與專業學習社群對話的起點。綜合來看，學力檢測提供了一個以「證據」為基礎的共同語言，對學生，是了解自我學習位置與需求的依據；對教師，是檢視教學成效與調整課程設計的參考；對學校與教育當局，則是規劃資源與檢驗政策的關鍵資訊來源。當學校能善用這些數據，由檢測結果走向課堂教學，學力檢測便能真正發揮支持每一位學生學習、促進教育品質提升的功能。

本文針對 114 年度縣市學生學習能力檢測結果，聚焦各年級通過率最低的高難度試題，透過試題、通過率與學生可能的困難分析，希望能透過客觀的數據轉化為溫暖的教學智慧。本次分析不僅旨在揭示學生在數學學習上的潛在盲點與挑戰，更希望能透過具體的試題目的、設計理念與詳細的教學建議，為各位老師提供務實可行的教學方向與提醒，期盼能協助各位老師精準掌握學生的學習難點，共同優化教學設計，進而全面提升學生的數學學習成效。





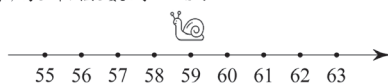
二、各年級數學學力檢測的高難度試題分析與教學建議

以下分別以 114 年度三至六年級數學學力檢測的高難度試題為例，針對其所對應的學習內容、通過率和困難原因進行探討，並提供相關建議供教師教學參酌。

三年級

題號：23 學習內容：N-3-11

23. 下圖是一條數線，蝸牛依照指示要往右移動 17 格，結果它搞錯方向，往左移動 17 格後，停在數字 59 上。如果蝸牛依照指示正確的移動，會移動到數線的哪個數字上？



- ① 25
- ② 42
- ③ 76
- ④ 93

通過率
24%



困難原因

不認識整數數線，不具備在數線上進行加減運算的能力。

一、建立數線概念：

從學生熟悉的直尺引入數線，強調數線上一個點的「坐標」同時代表它與「原點 0」的距離。

二、數線操作：

透過實際操作（如使用可移動標記的數線），讓學生理解在數線上「往右移動」是加法，「往左移動」是減法。

三、處理倒推問題：

以本題為例，題目中「往左移動 17 格後停在 59」，要讓學生理解這是從某個數字減去 17 後得到 59。因此，要找到這個「某個數字」，需要用加法（ $59 + 17$ ）。找到起始點後，再進行正確的「往右移動 17 格」計算。

四、數線呈現變化：

可以討論只呈現部分刻度（如 0, 5, 10, 15）的數線，培養學生對數線刻度間距的理解。

教學建議



題號：16 學習內容：S-3-1 (同 N-3-13)

16. 「三點半」時，時鐘的分針和時針的夾角是直角。
 甲說：「三點半」時，時鐘的分針和時針的夾角比直角大。
 乙說：「九點半」時，時鐘的分針和時針的夾角比直角大。
 請問：哪些人的說法正確？

① 只有甲正確。
 ② 只有乙正確。
 ③ 甲和乙都正確。
 ④ 甲和乙都不正確。

通過率
25%



困難原因

混淆角的邊長與角度大小的關係，無法正確比較角的大小，且對於時鐘上時針與分針在「半點」時的相對位置有誤解。

教學建議

一、強調「角的張開程度」：

透過扇子或其他可張開的教具，讓學生實際感受角的大小是由「張開程度」決定，而非邊的長短。

二、時鐘指針的具體操作：

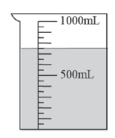
- ① 糾正學生對於「三點半時針指著3」、「九點半時針指著9」的誤解。
- ② 使用實體時鐘或時鐘模型，讓學生撥動時針與分針，觀察時針在「半點」時會移動到兩個數字之間，而非精準指向某個數字。
- ③ 引導學生畫出時鐘的圖示，標示出時針與分針的確切位置，再進行角度的比較。

三、直角概念的建立：

利用三角板、長方形等教具，幫助學生認識直角，並以直角作為基準來比較其他角的大小。

題號：12 學習內容：N-3-12

21. 一瓶礦泉水的容量是1公升800毫升。媽媽將剛買的1瓶礦泉水倒一些進量杯中(如下圖)，請問這瓶礦泉水還剩下多少？



- ① 250 毫升
- ② 750 毫升
- ③ 1 公升 50 毫升
- ④ 2 公升 550 毫升

通過率
38%



困難原因

不具備正確報讀量杯液量的能力，不熟悉複名數(公升、毫升)的加減計算，或無法處理多步驟問題。

教學建議

一、強化量杯報讀經驗：

進行大量的量杯實際讀數練習，強調液面與刻度線的對應，並理解刻度間距代表的量。

二、單位換算練習：

強化公升與毫升之間的換算關係(1公升 = 1000 毫升)，並進行整數倍的換算。

三、強化複名數運算：

- ① 教導學生在進行加減計算前，先將所有容量轉換成相同單位(例如全部轉成毫升)。
- ② 引導學生將複雜的容量問題拆解為多個簡單步驟，例如先計算倒出的量，再計算剩下的量。

四、情境理解：

強調在實際情境中應用容量知識，並注意題目問的是「還有多少」而非「總共有多少」或「倒出了多少」。

題號：12 學習內容：N-3-12

12. 真真、奇奇、妙妙三位好朋友比身高。

真真的身高是 1250 毫米。

奇奇的身高是 1 公尺 30 公分。

妙妙的身高是 128 公分。

請問誰最高、誰最矮？

- ① 真真最高，奇奇最矮。
- ② 真真最高，妙妙最矮。
- ③ 奇奇最高，真真最矮。
- ④ 奇奇最高，妙妙最矮。

通過率
38%



困難原因

在比較不同單位（公尺、公分、毫米）的長度時，可能只比較數字大小或單位大小，而忽略單位換算的重要性。

一、強化單位換算能力：

- ① 強調在比較或計算不同單位長度時，必須先將它們轉換成相同的單位。例如，將公尺、公分、毫米全部換算成毫米或公分，再進行比較。
- ② 清楚提供 1 公尺 = 100 公分、1 公分 = 10 毫米、1 公尺 = 1000 毫米等換算資訊。
- ③ 引導學生一步步將每個人的身高資訊轉換成統一單位，然後按照大小順序排列，找出最高和最矮。

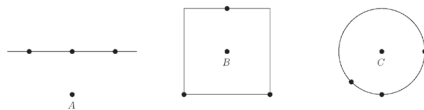
二、強化實測經驗並培育量感：

透過實際物品（如不同長度的緞帶）和測量工具，讓學生實作，理解「公尺、公分、毫米」的實際大小感受。

教學
建議

題號：22 學習內容：S-3-3

22. 如圖，圖一中的 3 個點在一直線上，A 點是直線外的一個點。圖二中的 3 個點在正方形的周界上，B 點在正方形內部。圖三中的 3 個點都在圓周上，C 點是圓心。



圖一

圖二

圖三

甲說：圖一中的 3 個點和 A 點的距離都相等。

乙說：圖二中的 3 個點和 B 點的距離都相等。

丙說：圖三中的 3 個點和 C 點的距離都相等。

請問哪些人的說法正確？

通過率
41%



困難原因

對圓的基本構成要素（圓心、圓周、半徑、直徑）的意義不夠理解，尤其不熟悉同圓半徑等長的特性，或不具備判斷兩點距離的能力。

一、強化圓的核心定義：

反覆強調「圓心」是圓的中心點；「圓周」是圓的外框；「半徑」是圓心到圓周上任意一點的距離，且同一個圓的所有半徑都等長。

二、強化圓規畫圓的能力：

協助學生使用圓規進行畫圓，並解釋圓規的針尖在圓心，鉛筆尖在圓周，兩者之間的距離就是半徑。

三、辨識圓心、圓周的關係：

引導學生仔細觀察題目中的圖示，辨識各點與圓心、圓周的關係。例如，在圓的圖形中，任何一個圓周上的點到圓心的距離都應該相等，這就是半徑。

四、釐清距離概念：

長度和距離的概念可能混淆，需特別說明「兩點的距離」是指兩點之間連接線段的長度。

教學
建議

題號：25 學習內容：N-4-2

25. 「 $600000 \div 700$ 」的商是甲，餘數是 a 。
 「 $60000 \div 70$ 」的商是乙，餘數是 b 。
 「 $6000 \div 7$ 」的商是丙，餘數是 c 。
 下列關於商和餘數的敘述，何者正確？

- ① 商都一樣大，餘數最大的是 a
- ② 商都一樣大，餘數也都一樣大
- ③ 商最大的是甲，餘數最大的是 a
- ④ 商最小的是丙，餘數最小的是 c

通過率
26%



困難原因

在被除數和除數同時存在多個 0 時，對於商和餘數的變化掌握不佳。普遍錯誤在於認為被除數和除數等比例縮小或放大時，商和餘數都會一樣，或僅根據數字大小判斷。

一、強調「同時換單位」策略：

教導學生當被除數和除數都有多個 0 時，可以將兩者「同時換單位」進行計算，例如將 6000 元和 700 元都換成 100 元鈔票。

二、釐清商與餘數的本質：

說明當被除數和除數同時縮減單位時，雖然「商」保持不變，但「餘數」的單位也隨之改變，因此其「實際數值」會發生變化。

教學建議

題號：24 學習內容：N-4-5

24. 一箱飲料有 24 瓶，我們可以用 $24 \div 4 = 6$ ， $6 \times 3 = 18$ ，算出 $\frac{3}{4}$ 箱飲料有 18 瓶。小玉買了 $\frac{5}{3}$ 箱，小丸子買了 $\frac{11}{6}$ 箱，花輪買了 38 瓶。請問誰買的飲料最多？誰買的飲料最少？

- ① 小丸子買的飲料最多，小玉買的飲料最少
- ② 小丸子買的飲料最多，花輪買的飲料最少
- ③ 花輪買的飲料最多，小玉買的飲料最少
- ④ 小玉買的飲料最多，花輪買的飲料最少

通過率
34%



困難原因

在離散量情境下，對於分數「做數」的能力不足，尤其是當分數與整數並存時的比較和運算。未能理解如何將整數轉換為分數單位進行比較。

一、建立分數「做數」概念：

強調將實體數量（例如瓶數）與分數（例如箱數）進行連結，明確「1 箱」代表多少瓶，以便進行統一單位的比較和運算。

二、分數與整數的轉換：

教導學生如何將整數（例如 38 瓶）轉換成以箱為單位（例如 24 瓶 = 1 箱，所以 38 瓶 = $\frac{38}{24}$ 箱），以便與其他分數單位進行比較或計算。

三、釐清離散量情境的分數意義：

教師可使用圖示（例如畫出箱子和瓶子的關係）的視覺化方式幫助學生理解分數的意義，尤其是在離散量情境下，確保學生清楚「部分」與「整體」的關係。

教學建議

題號：22 學習內容：N-4-7

22. 將 1 片百格板平分成 100 份，其中的 1 份是 1 格。
將 1 條橘色積木平分成 10 份，其中的 1 份也是 1 格。
甲說：0.99 片百格板和 1 格合起來，和 1 片百格板一樣多。
乙說：1 條橘色積木和 1 格合起來，和 0.11 片百格板一樣多。
請問哪些人的說法正確？

- ① 只有甲正確
- ② 只有乙正確
- ③ 甲和乙都正確
- ④ 甲和乙都不正確

通過率
39%



困難原因

對二位小數的位值概念不清楚，特別是「1 格」與「0.01 片」、「1 條」與「0.11 片」等不同單位和數值之間的對應關係容易混淆；也可能未理解「1 片百格板」或「1 條橘色積木」作為「整體」的意義。

一、強化位值概念：

透過百格板、十分位積木等具體教具，讓學生實際操作，理解「1」是「10 個 0.1」或「100 個 0.01」。

二、強化單位的概念：

強調「1 片百格板」代表一個完整的「1」，而「1 格」是「0.01 片」。同樣地，「1 條橘色積木」代表一個完整的「1」，而「1 格」可能是「0.1 條」或「0.01 條」。

三、透過情境對應：

讓學生將實際的物品與小數值進行對應，例如「0.99 片百格板」加上「1 格」，要引導學生理解這代表「0.99 片」加上「0.01 片」，結果是「1 片」，而非僅計算數字相加。

教學
建議

題號：19 學習內容：N-4-9

19. 爸爸開車載四兄弟往嘉義的路上，看到下面的交通標誌。



大毛說：還要 3100 公尺就到嘉義。
二毛說：還要 18 公里就到大林。
三毛說：還要 500 公尺就到斗南。
四毛說：還要 5000 公尺就到斗南。
請問哪兩個人的說法正確？

- ① 大毛和二毛
- ② 大毛和四毛
- ③ 二毛和三毛
- ④ 二毛和四毛

通過率
44%



困難原因

對公里與公尺的換算關係不熟悉（誤認為 1 公里 = 100 公尺），且缺乏對 1 公里的實際量感，未能正確判斷交通標誌上的距離資訊。

一、強化單位間的換算關係：

強調並練習「1 公里 = 1000 公尺」的換算，確保學生能快速且正確地進行不同單位之間的轉換。

二、建立「公里」量感：

透過實際生活情境，例如計算從學校到家的大約公里數、跑操場幾圈才等於 1 公里等，幫助學生建立對 1 公里實際長度的感受。

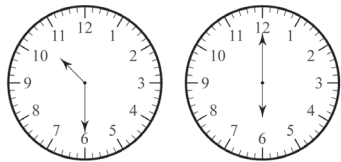
三、透過實際標誌進行資訊辨識：

引導學生仔細閱讀交通標誌，理解標誌上的數字通常代表「公里」，而題目中的敘述可能使用「公尺」，需進行單位換算後再比較。

教學
建議

題號：17 學習內容：N-3-17

17. 如圖，圖一是安安晚上就寢的時刻，圖二是安安早上起床的時刻。



圖一

圖二

請問安安睡了多久？

- ① 6 小時
- ② 7 小時 30 分鐘
- ③ 8 小時
- ④ 8 小時 30 分鐘

通過率
47%



困難原因

在進行跨時刻或跨夜時間加減計算時容易出錯，尤其是在時間單位進退位、或計算經過時間方面。

教學建議

- 一、教師可使用時間數線（尤其是在跨夜的情境）或時鐘模型來視覺化時間的流逝，幫助學生理解經過時間的計算方式。
- 二、將複雜的跨時刻時間計算分解成更小的步驟，例如先計算到整點的時間，再計算剩餘的時間，或先計算到半夜 12 點，再計算隔天的時間。
- 三、強化時間單位的進位與退位概念（60 分鐘 = 1 小時，24 小時 = 1 天），並透過實際情境練習，減少計算錯誤。
- 四、鼓勵學生實際操作時鐘，理解指針的移動與時間的關係，並多次練習計算不同時刻之間的經過時間。

題號：24 學習內容：N-5-6

24. 一盒餅乾 40 片，媽媽買了 2 盒餅乾，姊姊吃了 12 片，請問姊姊吃了多少盒餅乾？

- ① $\frac{12}{40}$
- ② $\frac{40}{12}$
- ③ $\frac{12}{80}$
- ④ $\frac{80}{12}$

通過率
26%



困難原因

混淆「被分割的單位量」。題目問「吃了多少盒」，單位量應為「1 盒（40 片）」，但因為情境是買了 2 盒，許多學生誤以總數（80 片）當作分母。

教學建議

- 一、強調單位量：
在應用題教學時，務必請學生圈出或確認最後問題問的單位是什麼（是「一盒」還是「全部」）。
- 二、釐清除法意義：
協助讓學生理解分數表示意涵， $\frac{12}{40}$ 代表的是 12 片占 1 盒的比率。
- 三、多元情境練習：
建議不要只練習單純的計算，多提供包含有多餘資訊（如買了 2 盒）的情境，訓練學生篩選資訊的能力。

題號：7 學習內容：N-5-1

7. 請問「2.05 兆」是「2.05 萬」的多少倍？

- ① 1 萬
- ② 1 千萬
- ③ 1 億
- ④ 10 億

通過率
31%



困難原因

無法掌握「萬、億、兆」之間的萬進位關係。許多學生誤以為 1 兆是 1 萬的 1 萬倍，或無法處理小數點 (2.05 兆 vs 2.05 萬)。

教學建議

一、類推位值關係：

幫助學生將「個、十、百、千」的十進位關係，類推到大數單位的萬進關係。例如：1 億是 1 萬的 1 萬倍，1 兆是 1 億的 1 萬倍 (所以 1 兆是 1 萬的 1 億倍)。

二、使用定位板：

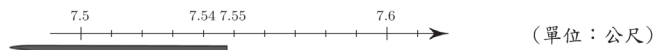
透過定位板讓學生看見位數的差距。

三、去小數點策略：

引導學生理解「2.05 兆是 2.05 萬的幾倍」其實等同於「1 兆是 1 萬的幾倍」，將數字簡化來思考。

題號：22 學習內容：N-5-11

22. 如圖，緞帶一邊對齊刻度 0，另一邊在刻度 7.54 公尺和 7.55 公尺之間。



下列關於將緞帶長度取概數後的敘述，何者正確？

- ① 用四捨五入法取概數到個位，緞帶的長度大約為 7 公尺
- ② 用四捨五入法取概數到小數點第一位，緞帶的長度大約為 7.6 公尺
- ③ 用四捨五入法取概數到小數點第二位，緞帶的長度大約為 7.55 公尺
- ④ 因為不知道緞帶的實際長度，因此無法將緞帶長度用四捨五入法取概數

通過率
31%



困難原因

不理解取概數的位值意義。題目要求取到「小數第一位」，學生卻可能只看刻度尺上的數字，或是不知道要觀察「小數第二位」來決定進位與否。

教學建議

一、明確規則：

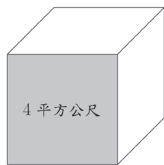
強調若要取概數到「小數第 N 位」，必須觀察「小數第 N+1 位」的數字來決定四捨五入。

二、結合數線教學：

利用數線，讓學生視覺化「7.54 距離 7.5 比較近，還是距離 7.6 比較近」，建立數感，而不只是死背口訣。

題號：23 學習內容：S-5-5

23. 有一個正方體大理石塊，其中一個面的面積是 4 平方公尺，請問大理石塊的體積是多少立方公尺？



- ① 8
- ② 16
- ③ 24
- ④ 64

通過率
33%



困難原因

混淆面積與邊長，或運算錯誤。題目給的是「一個面的面積（4 平方公尺）」，學生需先反推「邊長（2 公尺）」，再算體積。許多學生直接把 4 拿來乘，或誤算出表面積

教學建議

一、反向思考練習：

平時多練習「已知正方形面積，求邊長」的題目，建立數字敏感度（如看到 4 想到 2×2 ，看到 9 想到 3×3 ）。

二、強化幾何結構：

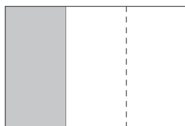
操作具體積木，讓學生理解正方體體積是「邊長 \times 邊長 \times 邊長」，而「邊長 \times 邊長」就是面積。

三、畫圖標示已知條件：

提醒學生畫圖標示已知條件，區分「面積」與「邊長」的單位（例如：平方公尺 vs 公尺）。

題號：25 學習內容：N-5-7

25. 下圖中塗色的部分是 $\frac{1}{3}$ 張色紙。



老師將 $\frac{1}{3}$ 張色紙平分成 4 份，再將 1 份色紙平分成 2 片。

- 甲說：1 片色紙和 $\frac{1}{24}$ 張色紙一樣大。 ① 只有甲正確
- 乙說： $\frac{1}{3}$ 張色紙和 8 片色紙一樣大。 ② 只有乙正確
- 請問哪些人的說法正確？ ③ 甲和乙都正確
- ④ 甲和乙都不正確

通過率
34%



困難原因

幾何圖形的分割與分數單位的轉換。學生對於「 $\frac{1}{3}$ 張紙平分成 4 份」的圖像表徵感到困難，無法連結「1 份」是全部的「 $\frac{1}{12}$ 」。

教學建議

一、透過操作活動強化分數概念：

可藉由實際摺紙或畫圖，先畫出 $\frac{1}{3}$ ，再將其四等分，並將輔助線延伸至整張紙，讓學生親眼看到整張紙被分成了 12 份。

二、語言轉換：

連結算式與語言。例如 $\frac{1}{3} \div 4$ 就是「把 $\frac{1}{3}$ 再平分 4 份」，也就是求「 $\frac{1}{3}$ 的 $\frac{1}{4}$ 是多少」（連結分數乘法）。

三、區分量詞：

釐清「1 份」、「1 張」、「1 片」在題目中的不同定義，避免單位混淆。

題號：20 學習內容：N-5-15

20. 溫泉館浴池的底面積為 12 平方公尺，裡面已經注滿一半高度的溫泉水，老闆為了讓泡溫泉的客人在浴池裡可以坐著浸泡，放入了 3 個一樣大小的圓柱石椅，當石椅都沒入溫泉水裡時，水位升高了 30 公分。請問一個圓柱石椅的體積是多少立方公尺？

- ① 120
- ② 3.6
- ③ 1.2
- ④ 0.36

通過率
30%



困難原因

- ❶ 混淆單位：忘記將題目中的「30 公分」換算成「0.3公尺」，導致計算結果錯誤。
- ❷ 題意理解不清或算出總體積（3 個石椅）後，忘記題目問的是「1 個」石椅的體積。
- ❸ 學生對於體積計算可能只會用「長×寬×高」等公式，不習慣用「底面積×高」來思考體積。

教學建議

一、實際操作：

讓學生體會「物體的體積等於其排開水的體積」這個核心概念。

二、練習類似文字題：

提供更多類似「將物品放入水中導致水位上升」的文字題，幫助學生連結生活經驗與數學問題。

三、強化換算能力：

針對長度、面積、體積單位之間的關係，強化學生單位換算能力，特別是公分與公尺的立方單位換算。

四、拆解複雜問題：

鼓勵學生拆解複雜問題為多個小步驟，例如先算出總體積增加量，再除以石椅數量。

題號：22 學習內容：S-6-3

22. 有一個半徑 5 公分的圓和一個半徑 5 公分的 $\frac{1}{3}$ 圓。

下列哪個選項是圓的直徑長和 $\frac{1}{3}$ 圓的弧長的圖示？

- ①
- ②
- ③
- ④

通過率
31%



困難原因

學生可能混淆半徑、直徑、圓周長、弧長的關係；或者比例與分數的推理能力不足；又或者圖示解讀與文字理解有所落差。

教學建議

一、實務操作與視覺化教學：

清晰解釋圓的半徑、直徑、圓周長、弧長等基本概念，並強調它們之間的關聯性。

二、比例關係建立：

透過視覺化圖示和具體例子，讓學生理解以下三個比相等：(1) 圓心角：360；(2) 扇形弧長：圓周長；(3) 扇形面積：圓面積。

三、加強圖示解讀與錯誤辨析：

訓練學生精準判讀圖示與文字，並分析錯誤選項以深化對正確概念的理解。

題號：24 學習內容：N-6-8

24. 合唱團有 88 個人，女生人數是男生人數的 $\frac{17}{5}$ 倍。
請問「男、女生人數差」是「女生人數」的多少倍？

- ① $\frac{12}{5}$
② $\frac{5}{12}$
③ $\frac{17}{12}$
④ $\frac{12}{17}$

通過率
33%

困難原因

- ① 無法理解「倍數」與「份數」的轉換。如女生是男生的 $\frac{17}{5}$ 倍，代表女生17份、男生5份。
- ② 搞混基準量：題目最後問的是「差是女生的多少倍」，基準量變成了女生，許多學生習慣以男生（原本的基準量）做計算。

教學建議

一、將倍數轉化為「份數」思考：

女生 17 份，男生 5 份，差就是 12 份。題目問差是女生的幾倍？即為 $\frac{12}{17}$ 。這種方法比帶入實際人數計算更有效率且不易出錯。

二、確認「誰是 1(基準量)」：

在解題最後一步，提醒學生何者是「分母」(基準量)，確認是除以女生人數還是男生人數。

教學建議

題號：19 學習內容：N-6-5

19. 已知 600 公克的蒜頭賣 115 元，請問 1 公斤的蒜頭大約多少元？
(用四捨五入法將答案取概數到個位)

- ① 5
② 5.2
③ 191
④ 192

通過率
34%

困難原因

- ① 除法運算能力不足：在處理多位小數或連續除法時容易計算錯誤。
- ② 概數取法錯誤：不清楚題目要求取到哪一位，或者是在運算中途就先取概數，導致最終答案誤差。

一、強化學生估算能力：

提供學生「估商」的機會，判斷答案大約落在哪個範圍，避免計算出離譜的數字。

二、將複雜題目拆步驟：

協助學生將複雜的連除題目拆解成兩個步驟，先算出總數，再除以單價；或先算出單價，再除以數量。

三、概數規則的強化：

強調「取概數到個位」，必須計算到「十分位」再進行四捨五入。

題號：21 學習內容：S-6-2

21. 下列有 4 張不同比例尺的中美洲地圖：

A 地圖的比例尺是 1:100000。

B 地圖的比例尺是 $\frac{1}{20000}$ 。

C 地圖的比例尺是 。

D 地圖的比例尺是 。

巴拿馬運河在中美洲，請問巴拿馬運河在哪張地圖上的長度最短？

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D

通過率
37%



困難原因

題目中混合了比、比值與圖示法等不同比例尺表示法，無法將其統一比較；也可能誤以為比例尺分母越大（代表縮得越小），地圖上的線段會越長。

教學建議

一、建立比例尺概念：

從最簡單的「圖上 1 公分代表實際 1 公尺」開始，逐步引導學生理解比例尺是圖上距離與實際距離的固定比值。

二、指出比例尺的數值與實際長度關係：

明確指出比例尺的分母數值越大，代表地圖上相同長度所代表的實際距離越長，反之，實際相同長度在圖上會顯得越短。

三、不同單位比例尺換算：

練習不同單位（公分、公尺、公里）之間的地圖比例尺換算，使其能夠比較不同形式呈現的比例尺大小。

四、使用實際地圖與繪圖軟體教學：

使用實際地圖或繪圖軟體，讓學生直接比較不同比例尺下相同實際距離的呈現長度差異。



三、結語

綜合以上分析，教師在教學上可從幾個面向加以調整與深化。首先，在概念建立的起點上，宜特別重視具體操作與視覺化，針對抽象程度較高的內容，多運用實物、模型、圖示與教具，協助學生將概念轉化為可觀察、可操作的經驗。同時，教師在課堂語言上需有意識地進行概念釐清與用語規範，例如對於半徑與直徑、弧長與圓周長，或商與餘數、因數與倍數、兆與億與萬等術語，皆應給予明確定義與對照範例，以降低學生因名詞混用或日常語言干擾所造成的理解偏差。

其次，在數學技能與思考歷程的培養上，單位換算與量感建構是一大關鍵，教師宜透過長度、容量、時間等多元生活情境設計估測與實測活動，讓學生在實際操作中體會「數字背後代表的量」，而不是只憑表面的大小比較做判斷。面對多步驟

或結構較複雜的題目，則可刻意示範如何將問題拆解為若干小步驟，引導學生從閱讀題目、畫圖標示、確認關鍵資訊，到逐步寫出算式，特別提醒運算順序與括號使用的重要性，使解題歷程由「硬算」轉為「有策略地思考」。

最後，在培養學生的反思能力與素養應用上，**錯誤類型分析與情境連結**是不可忽視的兩個環節。

錯誤類型分析

教師可引導學生主動檢視錯誤選項與解題可能發生錯誤的過程，辨識自己是概念不清、程序遺漏，還是誤解題意，從錯誤中重新整理正確觀念與解題方法，將考後訂正轉化為有價值的學習歷程。

情境連結

同時，若能持續將數學概念置入貼近生活的情境中，讓學生在購物、測量、時間安排或資料閱讀等活動中實際運用數學，就更能感受到數學的功能性與必要性，在多元情境的練習中靈活遷移與應用所學。



期盼這些具體而細緻的教學建議，能成為老師們規劃課程與調整教學時的參考，進一步支持每一位學生在數學學習路上的穩健前行。

參考文獻：

- 國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心 (2025)。
114 年度縣市學生學習能力檢測：數學三年級施測結果報告。國立臺中教育大學。
- 國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心 (2025)。
114 年度縣市學生學習能力檢測：數學四年級施測結果報告。國立臺中教育大學
- 國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心 (2025)。
114 年度縣市學生學習能力檢測：數學五年級施測結果報告。國立臺中教育大學
- 國立臺中教育大學測驗統計與適性學習研究中心 (2025)。
114 年度縣市學生學習能力檢測：數學六年級施測結果報告。國立臺中教育大學



3

開啟深度思考的鑰匙： 「思考帽」的設計與教學應用

新北市新莊區昌平國小 馬恬舒老師

打開翰林版教科書，除了豐富的教學內容，你必然會發現每個單元都有一個標示著「思考帽」的獨特角落。這頂小小的帽子有什麼功能？在教學課堂又要如何運用，讓孩子們的小腦袋瓜能靈活思考呢？

在教學現場，教科書例題通常扮演著建立基本概念與引導解題方向的角色。然而，要讓學生從「學會計算」提升到「具備數感」與「邏輯推理」，往往需要更具挑戰性的教學引導。

翰林版教材特有的思考帽，正是帶領學生從基礎概念跨接到更深入、關注整體思考的橋樑。以下，從思考帽的設計原則及教師如何運用思考帽二方面進行說明。



思考帽的設計核心原則

思考帽的設計不以增加解題難度的艱深題作為訴求，而是著重在「概念的連結」與「思考的靈活性」，其設計原則如下：

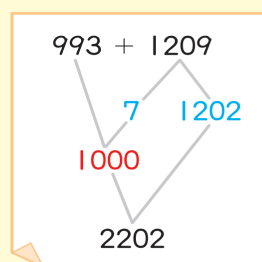
1 突破例行框架，激發解題策略的思考

有別於一般的練習題，思考帽常以「非例行性問題」呈現，鼓勵學生跳脫原有的思考模式。例如，在學習 10000 以內的加減法時，用圖示呈現丹丹將 $993+1209$ 拆解為 1000、7 和 1202 的過程。讓學生在習於看到數字就用直式進行運算之餘，能有機會觀察數字，遷移「合十」的舊經驗，進而培養數感。



思考帽

丹丹計算 $993+1209$ 時，在題目上寫了 7、1202、1000 三個數字和記號，最後算出答案 2202。
你看得懂他是怎麼做的嗎？
說說看看你的想法。



掃描觀看
教學影音

2 強調數學概念的本質與辯證

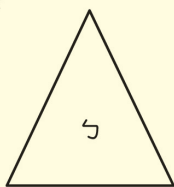
思考帽中經常設計「對話式」或「判斷式」問題，讓學生評判並說明自己的想法，藉此釐清數學概念。在判斷正三角形時，呈現了「外觀直覺」與「測量邊長」兩種觀點。目的為引導中年級階段的學生，理解數學為嚴謹的實證科學，必須在性質與定義的基礎下進行判斷，而非僅憑視覺印象。

思考帽

1. ㄅ圖形是不是正三角形？



這是正三角形，
因為看起來很像！

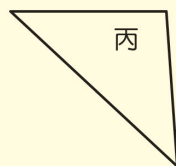
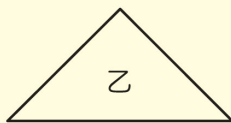
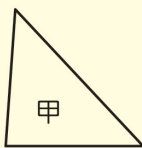


我量了它的三條邊長。
它的三邊不一樣長，
所以它不是正三角形！



說說看，你覺得誰講的有道理呢？

2. 甲、乙和丙圖形是不是直角三角形？說明你的理由。



掃描觀看
教學影音

配合四上 CH7- 三角形與全等

3 數理概念與跨域情境的內外部連結

思考帽的另一大特色，在於數學概念間的連結，以及生活情境的應用。透過逆向命題讓學生思考， $10 \times \frac{3}{()}$ 的括號中要填入哪些數使乘積成為整數，引導學生在計算之餘，探討數字間倍數、因數與約分的關係，從具體計算進入數字關係的初步推理。

思考帽

皮皮將一些數字填入 $10 \times \frac{3}{()}$ 的()中，發現有時候算出的積是分數，有時候積卻是整數。想想看，()中填入哪些數，算出的答案會是整數？



掃描觀看
教學影音

配合五下 CH2- 分數的計算



另外，利用 Google Maps 找出學校面積並進行公頃與平方公尺的換算，除了培養學生操作及使用工具的能力，更讓學生回顧環境，察覺數學與生活的關係，展現出數學能應用於生活、解決實際問題的價值。

思考帽

全臺歷史最久的國小是臺北市的士林國小，在西元1895年成立。從google map上可看出士林國小的面積大約是31300平方公尺，也就是多少公頃呢？你也在google map上找一找，自己學校的面積是多少平方公尺？也可以說是多少公頃？



配合五下 CH5- 生活中的大單位



如何運用思考帽進行教學

若僅將思考帽當作一般練習題，其效果將大打折扣，不妨利用它的非例行性、可延伸性，讓思考帽化身成為討論互動的發酵劑，碰撞出解題思維的美麗花火：



1 課堂中的腦力激盪

思考帽中有許多題目具備多元解法或開放性策略的特質，適合在課堂中利用分組討論來進行，並分享、討論解題策略。例如：當題目問到「丹丹可能用了幾條緞帶？」時，實則在引導學生思考 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 間還有哪些分數。在分組討論過程中，學生可能透過試誤方式一一猜測哪些數落在此區間，也可能運用本單元習得的概念進行擴分，但亦有可能在擴分後相減，然後便「卡住」或理所當然以為找出正確答案了。教師此時可提醒學生「相減後得出的 $\frac{1}{6}$ （條），在題目中代表什麼意思？」再連結數線表徵，讓學生觀察、思考 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$ 間（亦即 $\frac{3}{6}$ 和 $\frac{2}{6}$ 間）可能有哪些分數？再討論擴分成其他分數的可能，初步體驗分數的稠密性。

思考帽

皮皮、美美和丹丹各拿1條一樣長的緞帶做美勞，皮皮用了 $\frac{1}{2}$ 條、美美用了 $\frac{1}{3}$ 條。丹丹用的長度，比皮皮用的短，比美美用的長，丹丹可能用了幾條緞帶？



掃描觀看
教學影音

配合五上 CH7- 擴、約分與加減



2 鼓勵動手操作形塑幾何概念

思考帽中涉及許多需動手操作的探究題目，這是將抽象數學轉化為具體經驗的重要過程。要求學生透過長方形與六邊形卡紙的重疊，找出三種不同邊數的多邊形；或是描繪手掌周圍並利用平方公分板測量面積大小；以及利用兩個全等長方形拼湊出周長最大的長方形等。

思考帽

把你的一五指併攏，放在紙上沿著手掌周圍描下來，再用平方公分板量量看，你的手掌面積大約比幾平方公分小？比幾平方公分大？大約是幾平方公分？



掃描觀看
教學影音

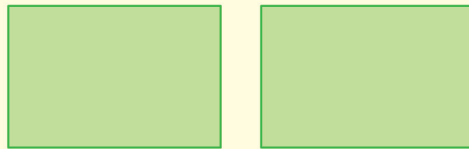
配合三下 CH9- 面積

教師可利用附件或其他教具，讓學生在課堂上實際動手操作，其目的不僅在於得出答案，更在於過程中不斷的「試錯」及分析歸納而得的「發現」。例如在拼排長方形找最大周長時，學生會發現當連接處的邊長不同，所拼出的長方形周長與形狀也會隨之變動。教師應於操作後引導學生進行策略分享，討論為什麼某種拼法會產生特定的結果。透過這種從「動手做」到「開口說」的過程，能有效幫助學生將具體的動作經驗轉化為抽象的幾何邏輯與空間概念。

思考帽

配合附件 13

妹妹拿了兩個長 2 公分、寬 3 公分的全等長方形，拼出一個大長方形。想一想要怎麼拼，才能拼成周長最大的長方形？把拼法記下來。



配合四下 CH7- 周長與面積

引導分析與邏輯推理的系統探究

思考帽是同時也是訓練學生進行系統化分析與推理的教學素材，教師可引導學生觀察、分析，進行邏輯推演以探求出隱藏在其中的規律。

以本題為例，學生必須在「6 月 21 日到 30 日」的有限範圍內，找出「連續三天日期和為偶數」的情形。學生一開始可能需要先列舉出可能的組合，教師再進一步引導學生分析出「奇數 + 偶數 + 奇數的結果為偶數」或「偶數 + 奇數 + 偶數的結果為奇數」的規律。

思考帽

丹丹從 6 月 21 日到 30 日這十天中，圈選了連續的三天，這三天的日期和是偶數。丹丹可能圈選了哪幾個日期？寫出兩種並說明你的理由。

6月							民國112年		
日	一	二	三	四	五	六			
				1	2	3			
4	5	6	7	8	9	10			
11	12	13	14	15	16	17			
18	19	20	21	22	23	24			
25	26	27	28	29	30				



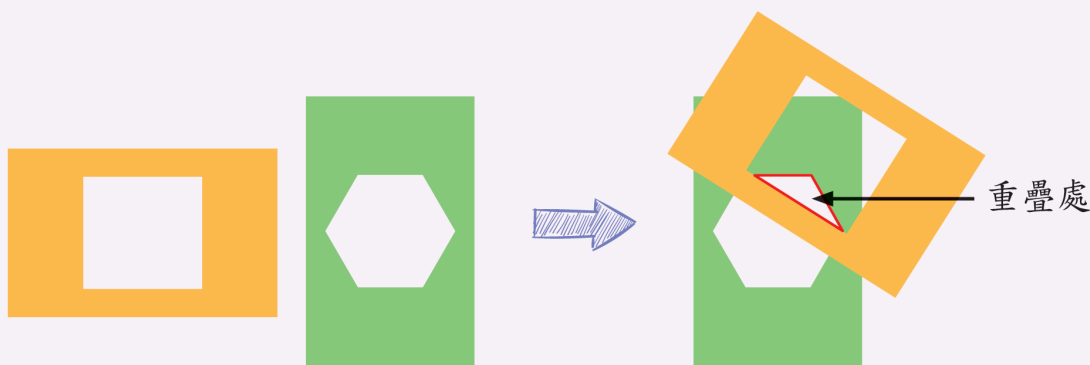
配合四下 CH10- 規律

而在圖形重疊的探究中，學生透過移動長方形與六邊形卡紙，觀察重疊處可能形成的各種多邊形。教師可引導學生分析邊數變化的邏輯：當頂點或邊緣交會時，多邊形邊數的增減情形為何？邊數最大值和最小值分別是多少？透過操作、觀察及分析邊、角與所構成之多邊形邊數的對應關係，培養幾何推理的能力。

思考帽

將挖有長方形和六邊形的卡紙疊在一起，觀察長方形和六邊形重疊處能組成哪一種多邊形，並將重疊處描下來。接著移動卡紙的位置改變重疊的方式，再描出重疊處的圖形。找出三種邊數不同的圖形。

配合附件14



掃描觀看
教學影音

配合五上 CH3- 平面圖形

從思考帽讓學生看見數學之美

數學，不只是求出「標準答案」，更像是一段又一段「探索各種可能性」的旅程。思考帽就是一個絕佳的觀測窗口，可以讓教師看見學生解題的思維與歷程。建議教師空出純粹的課堂討論時間，不批判、不計分，只專注傾聽學生的想法，用欣賞的角度感受數學之美。當學生戴上這頂「思考帽」，希望他們學到的將不只是如何解出題目，而是學習到如何像數學家一樣思考。



4

從偏鄉出發，走向世界—— 新課綱下數學素養學習的教學實踐

臺南市 山上國小 楊巽堯老師



教學初心和公司化班級經營

我是一名來自臺南市偏鄉的國小老師。在日常而平凡的教學工作中，心中始終懷抱著一個夢，那是一個想帶著偏鄉孩子「走出去」的夢。我希望孩子能在學校學到的知識，與自身的生活經驗產生連結，逐步拓展視野，成為理解世界、面對未來的重要基礎。基於這樣的信念，我嘗試以「公司化」的班級經營，將班級視為一個共同成長的團隊，並營造一個鼓勵嘗試、不怕犯錯的學習氛圍，讓孩子願意說出想法、持續思考，並在一次次學習經驗中建立自信。



協同備課的力量

在教學上，我時常與隔壁班的劉志勇老師進行協同備課，透過彼此分享對課程概念的理解與教學想像，激盪出更貼近學生生活經驗的教學設計。這樣的備課歷程，常常讓原本抽象的知識，轉化為孩子熟悉的生活情境，也使我們在選用教材時，更能掌握素養導向的精神。而以數學教學為例，翰林版中所設計的「素養評量」與「思考帽」，正好成為教學中重要的資源。





教學流程的設計：讓每個孩子都能依步前進



為了讓學生能依照自身學習節奏前進，我設計了一套數學教學流程（如圖一所示），以概念建立為起點，透過多層次學習任務與教師巡視指導，引導學生逐步深化理解，並於挑戰題中融入翰林版的「素養評量」與「思考帽」以及學力檢測題，最後進行概念統整，使學習形成完整循環。

實際教學時，我會先聚焦該節課的學習重點進行引導，協助學生建立概念，再依序完成課本練習、當天作業、挑戰題與數位任務。過程中，也會透過課間巡視，適時給予孩子個別指導或澄清迷思概念（如圖二所示）。此外，適時的數位融入，更是有助於提升整體的教學質量。例如：運用翰林版課本內建動畫協助學生理解抽象概念。練習與檢核階段則搭配「趣味派」或「數算派」（如圖三所示），再者也結合因材網與均一教育平台進行差異化學習，讓評量自然融入學習歷程，形式也更為活潑多元。



圖一：數學教學模組



素養評量與思考帽的四學實踐

翰林版的素養題與思考帽，多安排在「挑戰題」自學階段。此時，學生已具備基本概念，適合進一步思考「怎麼想」與「為什麼這樣想」。在部分題目中，我會安排小組共學（如圖四所示），讓學生將想法寫在小白板上，張貼於黑板進行組間互學。透過彼此觀察與討論（如圖五所示），學生逐漸學會用數學語言說明思考歷程，教師再進行整體收束與總結。



 圖四



 圖五

在討論中，
學生會說出彼此想法，讓學習可見。
透過小組共學，彼此激盪想法。





從課本走進生活：〈一億以內的數〉的教學實例

以翰林四年級上學期〈一億以內的數〉為例，思考帽將抽象的位值概念轉化為閱讀郵局存款單的生活情境，讓我印象深刻。這樣的設計也與 112 年學力檢測四年級數學的題型不謀而合（如圖六所示）。而為了讓孩子更身歷其境，我也特地帶來真實的郵局存款單，讓學生實際觀察、討論與分享。當孩子能清楚說出數字所代表的意義，以及學會如何填寫存款單時，我深刻感受到數學已真正走進他們的生活。

思考帽 **動畫**

王老闆到郵局存款，他填了下面的存款單：

存款金額	億	仟萬	佰萬	拾萬	萬	仟	佰	拾	元
新臺幣 (小寫)			1	0	0	0	0	0	0

1. 郵局人員用點鈔機數錢，一共數了多少張千元鈔票？
2. 郵局人員將 100 張千元鈔票束成 1 捆，1 捆是多少元？

翰林版四上〈一億以內的數〉思考帽題型

112年學力檢測四年級數學第五題

5. 王大明到郵局提款，觀察下列提款單。

98-04-02-00A 郵政存簿儲金提款單														
郵局代號	局	號	抽號	紙	號	抽號	請蓋儲蓄印戳 (應使用儲蓄印戳，不得改用其他印戳或行印)							
700	2	4	4	1	0	0	7	7	1	2	3	4	5	6
提款金額	億	仟	佰	拾	萬	仟	佰	拾	元					
新臺幣 (大寫)					壹	貳	伍							

請用零、壹、貳、參、肆、伍、陸、柒、捌、玖大寫數字填寫
並於空格劃線填寫 例：郵局代號 1111111111

儲蓄保險專用章

他準備提領多少元？

① 125
② 12500
③ 125000
④ 1250000

符應素養的思考帽

圖六：符應素養的思考帽



在偏鄉教室裡，看見孩子的成長

在山上國小的教室裡，我看見孩子因理解而產生的自信，也看見他們在一次次嘗試中逐步成長。我期許自己在教學中持續符應素養導向，貼近孩子的生活經驗，陪著他們一步一步前行。即使身處偏鄉，我仍相信，只要學習能與生活連結，孩子就能在日常中實踐數學，走向世界，並成為更好的自己。

5

素養導向數學學習—— 翰林「思考帽」在教學現場的實踐

臺南市 山上國小 劉志勇老師



素養導向下的教學省思：何謂「素養命題」

108 課綱實施後，大家意識到素養命題的重要，但教育現場的同仁們心中似乎都有個疑問，到底什麼是素養命題呢？各界幾經摸索與嘗試，漸漸地數學的應用題融入了生活情境，文字描述也越來越長，好似寫數學題前要先看一篇短篇的閱讀測驗，雖然題目情境貼近了生活，但對於閱讀理解較弱的小朋友反而多了份挑戰。我心中不免又思考著，這樣就是素養命題了嗎？



從學力檢測看素養評量：聚焦核心概念與思考歷程

幾年後開始推行縣市學力檢測，雖然老師們的壓力很大，深怕學生考不好，但它獨特的出題方式似乎讓我長久以來的疑問有了依循，原來素養題不一定越長越好，而是要能貼合每單元的核心概念，利用生活化的情境，引導學生進一步的邏輯思考。



教學現場的實務挑戰：教師在素養命題設計上的需求

有了學力檢測命題的啟發，我開始在自編的作業、學習單、段考卷嘗試融入素養題，但設計這樣的題目不僅需要創意與靈感，還需要付出許多的時間、精力。漸漸的體會到，熱血終會淡去，踽踽獨行不是長久之計。除了自編教材也需要尋求資源。

後來使用到翰林版的教科書，發現書中每個單元都有「思考帽」或「素養評量」的題目，那正是我最需要的東西呀！真是相見恨晚！**思考帽的題目直接融入在課本中，在學生學完基礎觀念後，就能馬上進行一場腦中邏輯思辯的風暴，過程中會出現迷思概念，再透過引導學生們討論，不斷演繹逐步釐清，最終使學生學習得更透徹，觀念也更扎實。**



課本即資源：翰林數學「思考帽」例題分享

思考帽

老闆打算用 50000 元包 15 個紅包，每個紅包裡的錢要一樣多。

甲方案：準備 50 張 $\boxed{1000}$ ，分裝成 15 個紅包。

乙方案：準備 500 張 $\boxed{100}$ ，分裝成 15 個紅包。

- ① 哪一個方案，紅包裡裝的錢比較多？
- ② 哪一個方案，老闆剩下的錢比較多？

 翰林四上課本 p.96 思考帽

上述題目是本班在四年級上學期除法單元中討論相當熱烈的一題。於第一小題中，部分學生認為平分後張數較多的方案，紅包金額應該較多；也有學生認為以面額較大的鈔票分裝，紅包中的金額自然會較高。至於第二小題，學生同樣提出了多元的想法。教學過程中，我進一步引導學生比較兩個算式中的商與餘數，討論其在情境中所代表的意義，藉此協助學生釐清數字背後的數學概念，深化對除法的理解。



課堂實踐

我會先播放電子書中所搭配的動畫，透過活潑可愛的卡通風格，迅速引導學生進入題目情境，讓學習歷程如同解謎般充滿挑戰性，降低學生面對數學題目的心理負擔。為了提升討論的效率與品質，我引導學生將思考歷程以概念圖的方式記錄下來，使想法能更具體呈現，進而促進小組內的討論與交流。小組討論後，再進行全班分享與組間互學，最後由教師統整重點，協助學生釐清觀念，深化學習成效。





小組討論



繪製概念圖記錄解題想法



上台分享



組間互學

讓素養教學自然地融入課堂

實際課堂教學「思考帽」題目後，我深刻感受到它不只是多一道題目，而是一個引發思考與對話的契機。學生在討論中不斷提出假設、修正想法，逐漸理解算式中數字所代表的真實意義，數學不再只是計算結果，而是有脈絡、有理由的思考歷程。對老師而言，思考帽讓素養教學不必從零開始設計，而是自然融入課堂節奏，既減輕備課負擔，也提升教學深度。這樣貼近現場、真正幫助教與學的教材設計，很推薦教育現場的夥伴們試試看！



